कुल पृष्ठ संख्या–32 (कवर पेज सहित)

क्रम संख्या....

माध्यमिक शिक्षा बोर्ड, राजस्थान, अजमेर

उच्च माध्यमिक परीक्षा

(परीक्षार्थी द्वारा भरा जाना चाहिये)

Candidate's Roll No. in English

(In Figures)

(In Words) ----

परीक्षार्थी का नामांक हिन्दी में

शब्दों में ----

नोट :– परीक्षार्थी उपरोक्त के अतिरिक्त उत्तर पुस्तिका के अन्य किसी भी भाग में अपना नामांक नहीं लिखें।

माध्यम – हिन्दी ✓ अंग्रेजी

विषय ... Maths

परीक्षा का दिन.....

दिनांक .....

नोट :– परीक्षार्थी के लिए आवश्यक निर्देश इस पृष्ठ के पिछले भाग पर उल्लेखित हैं। जिन्हें सावधानी पूर्वक पढ़ लें व पालना अवश्य करें।

परीक्षक हेतु निर्देश :– (1) परीक्षक को उपरोक्त सारणी अनुसार प्राप्तांक भरना अनिवार्य है, अन्यथा नियमानुसार दंडित किया जावेगा।

(2) परीक्षक उत्तर पुस्तिका के अन्दर के पृष्ठों के बायीं ओर निर्धारित कॉलम में लाल इंक से अंक प्रदत्त करें।

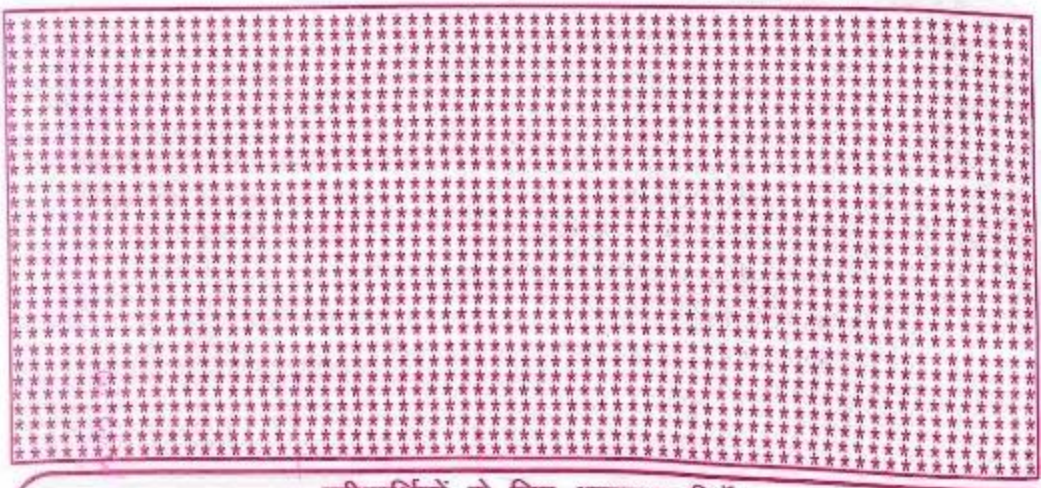
(3) कुल योग भिन्न में प्राप्त होने पर उसे पूर्णांक में ही परिवर्तित कर अंकित करें (उदाहरणार्थ : 15 ¼ को 16, 17 ½ को 18, 19 ¾ को 20)

प्रश्नवार प्राप्तांकों की सारणी (परीक्षक के उपयोग हेतु)

प्रश्नों की क्रम संख्या	प्राप्तांक	प्रश्नों की क्रम संख्या	प्राप्तांक
1		19	
2		20	
3		21	
4		22	
5		23	
6		24	
7		25	
8		26	
9		27	
10		28	
11		29	
12		30	
13		31	
14		योग	
15		प्राप्त अंकों का कुल योग (Roundoff)	
16		शब्दों में	शब्दों में
17			
18			

परीक्षक के हस्ताक्षर ...संकेतांक

प्रमाणित किया जाता है कि इस उत्तर पुस्तक के निर्माण में 58 जी.एस.एम. क्रीमवोव कागज़ का उपयोग में लिया गया है। 158/2016



परीक्षार्थियों के लिए आवश्यक निर्देश

1. समस्त प्रश्नों का हल निर्धारित शब्द सीमा में इसी उत्तर पुस्तिका में करना है। विशेष परिस्थिति में अतिरिक्त उत्तर पुस्तिका पृथक से उत्तर पुस्तिका भरी हुई होने पर पर्यवेक्षक एवं वीक्षक की अनुशंषा पर ही उपलब्ध कराई जायेगी।
2. प्रश्न–पत्र पर निर्धारित स्थान पर अपना नामांक लिखें।
3. प्रश्न–पत्र हल करने के पश्चात् जिस पृष्ठ पर हल समाप्त होता है, उस पर अन्त में "समाप्त" लिखकर अन्त के सभी रिक्त पृष्ठों को तिरछी लाईन से काटें।
4. निम्न बातों का विशेष ध्यान रखें अन्यथा अनुचित साधनों की रोकथाम अधिनियम के तहत कार्यवाही की जा सकेगी
   (i) उत्तर पुस्तिका के ऊपर/अन्दर तथा प्रश्नोत्तर के किसी भी भाग में चाही गई सूचना के अलावा अपना नामांक, नाम, पता, फोन नम्बर अथवा पहचान की कोई अन्य प्रकार की सूचना आदि अंकित नहीं करें अन्यथा "अनुचित साधनों के प्रयोग" के अन्तर्गत कार्यवाही की जावेगी।
   (ii) उत्तर पुस्तिका के पृष्ठों को फाड़ें नहीं। उत्तर–पुस्तिका के मुख पृष्ठ पर अंकित संख्या के अनुसार पृष्ठ पूरे होने चाहिये।
   (iii) परीक्षा केन्द्रों पर पुस्तक, लेख, कागज, केलक्यूलेटर, मोबाईल, पेजर आदि किसी भी प्रकार का इलेक्ट्रोनिक उपकरण तथा किसी भी प्रकार का हथियार आदि ले जाना निषेध है।
   (iv) वस्त्र, स्केल, ज्योमेट्री बॉक्स पर कुछ न लिखकर लायें। टेबुल के आस–पास कोई अवैध सामग्री नहीं होनी चाहिये, इसकी जांच कर लें।
   (v) अपनी उत्तर पुस्तिका/ग्राफ/मानचित्र आदि परीक्षा भवन से बाहर ले जाना दण्डनीय अपराध है, अतः परीक्षा समाप्ति पर उत्तर पुस्तिका वीक्षक को बिना सौंपे परीक्षा कक्ष नहीं छोड़ें।
5. उत्तरों को क्रमानुसार एक ही स्थान पर लिखें। प्रश्न क्रमांक भी सही अंकित करें, अन्यथा दण्ड स्वरूप परीक्षक को [illegible] अंक कम करने का अधिकार है। बीच में उत्तर पुस्तिका के पृष्ठ रिक्त न छोड़ें। गणित विषय के लिए रफ कार्य उत्तर पुस्तिका के अंतिम पृष्ठों पर करें तथा तिरछी रेखा से काटें।
6. जहाँ तक हो सके प्रश्न के सभी भाग के उत्तर, उत्तर पुस्तिका में एक ही स्थान पर अंकित करें।
7. भाषा विषयों को छोड़कर शेष सभी विषयों के प्रश्न–पत्र हिन्दी–अंग्रेजी दोनों भाषा में मुद्रित हैं। किसी भी प्रकार की त्रुटि/अन्तर/विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को ही सही माना जाये।

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक

प्रश्न संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

1. $\tan^{-1}3 + \cot^{-1}x = \frac{\pi}{2}$.

$x = ?$ $\tan^{-1}3 + \cot^{-1}x = \frac{\pi}{2}$ $\rightarrow$ $\tan^{-1}x = \frac{\pi}{2} -$

$\tan^{-1}x = \tan^{-1}3$

$x = 3$ Ans.

2. $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$

$a_{ij} = |-5i + 2j|$

$a_{11} = |-5+2| = |-3| = 3$

$a_{12} = |-5+4| = |-1| = 1$

$a_{21} = |-10+2| = |-8| = 8$

$a_{22} = |-10+4| = |-6| = 6$

$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$ Ans

3. $[x-3]\begin{bmatrix} 2x \\ 6 \end{bmatrix} = 0$

$2x^2 - 3(6) = 0$

$2x^2 - 18 = 0$

$2x^2 = 18$

$x^2 = 9$

$x = \pm 3$ Ans.

द्वारा क	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

4. $\int \frac{\tan x}{\cot x} dx$

$\int \tan x \cdot \tan x \, dx \quad \left\{ \frac{1}{\cot x} = \tan x \right\}$

$= \int \tan^2 x \, dx$

$= \int \sec^2 x - 1 \, dx.$

$= \int \sec^2 x dx - \int 1 \, dx$

$\int \sec^2 x = \tan x - x + c$ Ans.

5 $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = 0$

$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$

$\frac{1}{y} dy = \frac{1}{x} dx$

दोनों ओर पहले का समाकलन करने पर

$\log \int \frac{1}{y} dy = \int \frac{1}{x} dx$

$\log y = \log x + \log c \quad \left\{ \int \frac{1}{x} = \log x \right.$

$\log y - \log x = \log c$

$\log \frac{y}{x} = \log c$

$y = cx$ Ans.

परीक्षक द्वारा प्रयत्न अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

6 $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k}$ $\quad \vec{b} = 4\hat{i} - 2\hat{j} + \lambda\hat{k}$

$\vec{a} \parallel \vec{b}$ यदि $\quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

$\frac{2}{4} = \frac{-1}{-2} = \frac{5}{\lambda}$

$\frac{1}{2} = \frac{5}{\lambda}$

$\lambda = 10$ Ans.

~~7.~~ $\frac{x}{4} = \frac{y}{7} = \frac{z}{4}$

8) $\vec{r} \cdot (\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) = 5$

$\vec{r} \cdot (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) = 7$

$\cos\theta = \frac{\vec{n_1} \cdot \vec{n_2}}{|\vec{n_1}||\vec{n_2}|}$

$= \frac{(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \cdot (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + (1)^2}\sqrt{(2)^2 + (1)^2 + (-1)^2}}$ $\quad \{|\vec{a}| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}\}$

$\frac{2 - 1 - 1}{\sqrt{3}\sqrt{6}} \quad \frac{0}{\sqrt{18}} = 0$

$\cos\theta = 0$

$\theta = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$ Ans

10) $P(A) = 0.2 \quad P(B) = 0.5 \quad P(A \cup B) = ?$

A & B स्वतंत्र हैं $\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$P(A \cap B) = (0.2)(0.5)$

$= 0.10$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= 0.2 + 0.5 - 0.10$

$0.7 - 0.1 = 0.6$ Ans.

9. $2x + y \geq 8 \quad x \geq 0 \quad y \geq 0$

$2x + y = 8 \quad x \geq 0 \quad y \geq 0$

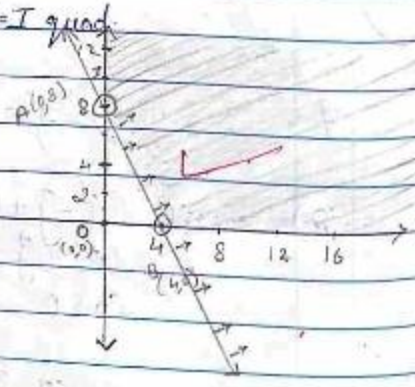
x	0	4
y	8	0

असमिका में (0,0) रखने पर

$0 \geq 8$ (असत्य)

(0,0) हल क्षेत्र में शामिल नहीं है

हल क्षेत्र = I quad.



7. $\frac{x}{4} = \frac{y}{7} = \frac{z}{4}$

दिक् अनुपात (a, b, c) = 4, 7, 4

दिक् लंबाई = ?

$= \sqrt{4^2 + 7^2 + 4^2} = \sqrt{16 + 49 + 16} = \sqrt{81} =$

दिक् कोसाइन = $\frac{4}{9}, \frac{7}{9}, \frac{4}{9}$ $\left\{\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}, \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}, \sqrt{}\right.$

Ans

परीक्षार्थी उत्तर

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक

1 R पर $R = \{(a,b) : a \geq b\}$.

किसी भी वास्तविक संख्या हेतु a.

यहाँ $a \in R$ है $a \geq a$

कोई भी वास्तविक संख्या a स्वयं के बराबर होगी

अतः संबंध स्वतुल्य है।

माना $a = 2$ $b = 1$

यहाँ $a \geq b = 2 \geq 1$ सत्य है

परन्तु $b \geq a = 1 \geq 2$ असत्य है

R सकर्मक नहीं है। समंजित नहीं है

माना $c \in R$

संबंध में $a \geq b$ — (1)

तथा $b \geq c$ — (2)

तो (1) व (2) से $a \geq c$

R समंजित है सकर्मक है।

अतः $R \to R = \{(a,b) : a \geq b\}$ अब परिभाषित संबंध R स्वतुल्य है सकर्मक है किंतु समंजित नहीं है

13 $A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & -2 \\ -1 & 4 & 3 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix}$

$A' = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -3 \\ -2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

$A + A' = \begin{bmatrix} 4 & -5 & -1 \\ -5 & 8 & 0 \\ -1 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

$$(A - A') = \begin{bmatrix} 0 & -3 & -3 \\ 3 & 0 & 6 \\ 3 & -6 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \frac{1}{2}(A + A') + \frac{1}{2}(A - A')$$

$$A = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 4 & -5 & -1 \\ -5 & 8 & 0 \\ -1 & 0 & 4 \end{bmatrix} + \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & -3 & -3 \\ 3 & 0 & 6 \\ 3 & -6 & 0 \end{bmatrix}$$

Ans.

$$= \begin{bmatrix} 2 & -\frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{5}{2} & 4 & 3 \\ -\frac{1}{2} & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

14 $f(x) = \begin{cases} \frac{k\cos x}{\pi - 2x} & x \neq \frac{\pi}{2} \\ 5 & x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$

$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 5$

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}^+} \quad \frac{\pi}{2} + h = \frac{k\cos\left(\frac{\pi}{2} + h\right)}{\pi - 2\left(\frac{\pi}{2} + h\right)}$$

$$\frac{k\cos h}{\pi - \pi - 2h} = \frac{-k}{2}\left(\frac{\cos h}{h}\right)$$

$$= -\frac{k}{2}$$

$$\lim_{h \to \frac{\pi}{2}^-} \quad x \to \frac{\pi}{2} - h \quad \text{जहाँ } h \to 0 = \frac{k\cos\left(\frac{\pi}{2} - h\right)}{\pi - 2\left(\frac{\pi}{2} - h\right)}$$

$$\frac{k\sin h}{\pi - \pi + 2h} = \frac{k}{2}\left(\frac{\sin h}{h}\right) = \frac{k}{2}$$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

$\frac{K}{2} = 5$ { $\frac{\sinh}{h} - 1$ }

$K = 10$ dm

15) $f(x) = x^2 - 6x + 5$

$f'(x) = 2x - 6x$

$f'(x) = 0$

$2x - 6 = 0$

$2x = 6$

$x = 3$

(-) | (+)

$-\infty$ ——— 3 ——— ∞

a) निरंतर वर्धमान

= $(-\infty, 3)$ जिसमें $f'(x) < 0$

= $(3, \infty)$ जिसमें $f'(x) \geq 0$

a) निरंतर वर्धमान = $(3, \infty)$

b) निरंतर ह्रासमान = $(-\infty, 3)$ Ans.

16) त्रिज्या = r

$\frac{dr}{dt} = 5 \text{ cm/s}$ $\frac{dA}{dt} = ?$

वृत्त का क्षेत्रफल = $\frac{d}{dt}(\pi r^2)$

$2\pi r \cdot \frac{dr}{dt}$

तब त्रिज्या = 6 $\frac{dA}{dt} = 2\pi(6) \times 5$

$60\pi \text{ cm}^2/\text{s}$ Ans.

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

17 $\int \left(\frac{x-1}{x}\right)(x-\log x)^3\,dx$

$\int \left(1-\frac{1}{x}\right)(x-\log x)^3\,dx$

माना $x-\log x = t$ ← (diff w.r.t x)

$1-\frac{1}{x} = \frac{dt}{dx}$

$\left(1-\frac{1}{x}\right)dx = dt$

$\int t^3\,dt = \frac{t^4}{4} + c$

$\frac{(x-\log x)^4}{4} = \frac{(x-\log x)^4}{4} + c$ ans.

18) $\int \frac{1}{3x^2+6x+2}\,dx$

$\frac{1}{3}\int \frac{1}{x^2+2x+\frac{2}{3}}\,dx$

$\frac{1}{3}\int \frac{1}{x^2+2x+1-\frac{1}{3}}\,dx$

$\frac{1}{3}\int \frac{1}{(x+1)^2-\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$

$\frac{1}{3}\left[\frac{1}{2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)}\log\left|\frac{x+1-\frac{1}{\sqrt{3}}}{x+1+\frac{1}{\sqrt{3}}}\right|\right]$

$\left\{\int \frac{1}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a}\log\left|\frac{x-a}{x+a}\right|\right\}$

परीक्षक द्वारा प्रश्न प्रदत्त अंक संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

$$\frac{1}{3}\left[\frac{\sqrt{3}}{2}\log\left|\frac{\sqrt{3}x+\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}x+\sqrt{3}+1}\right|\right]$$

$$\frac{1}{2\sqrt{3}}\log\left|\frac{\sqrt{3}x+\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}x+\sqrt{3}+1}\right|$$ Ans.

19 $y^2 = 4x$ ① $y = x$ ②

② का मान ① में रखने पर

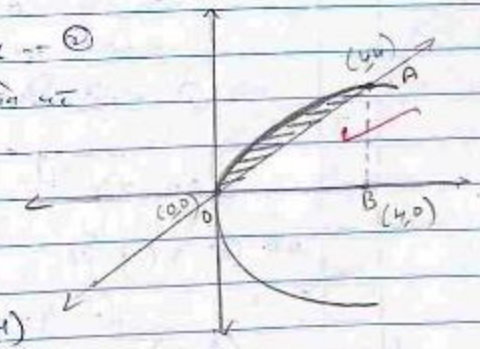
$x^2 = 4x$

$x^2 - 4x = 0$

$x(x-4) = 0$

$x = 0$ $\quad x = 4$

$y = 0$ $(0,0)$ $\quad y = 4$ $(4,4)$



छायांकित भाग का क्षेत्रफल

$$= \int_0^4 y\,dx - \int_0^4 y\,dx$$

(परवलय) (रेखा)

$$\int_0^4 2\sqrt{x}\,dx - \int_0^4 x\,dx$$

$$2\int_0^4 \sqrt{x} - \int_0^4 x$$

$$2\left[\frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3}\right]_0^4 - \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^4$$

$$2\left[\frac{2(4)^{\frac{3}{2}}}{3} - 0\right] - \left[\frac{16}{2} - 0\right]$$

$$2\left(\frac{16}{3}\right) - \frac{16}{2} = \frac{32}{3} - \frac{16}{2}$$

$$\frac{32-24}{3} = \frac{8}{3}$$ वर्ग इकाई Ans.

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

२० I $y = x+1$ ① II $y = 2x+1$ ②

समी ① व ② से

$2x+1 = x+1$

$2x - x = 0$

$x(2-1) = 0$, $y = 1$

समी ① व ③ से

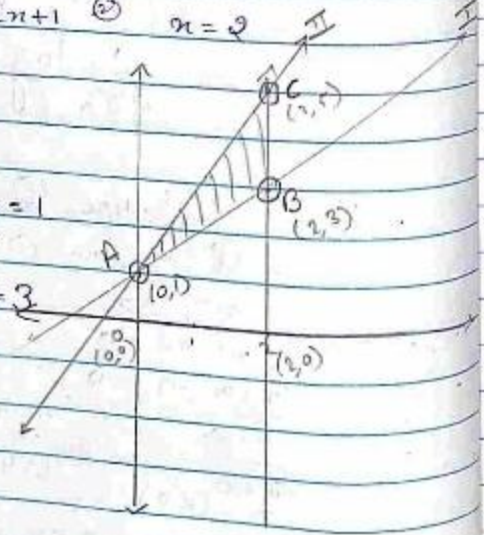
$x = 2$, $y = 2+1 = 3$

(2, 3)

समी ② व ③ से

$x = 2$ $y = 4+1 = 5$

(2, 5)



I रेखा के निर्देशांक = (0, 1) (2, 3)

II रेखा के निर्देशांक = (0, 1) (2, 5)

ABC का क्षेत्रफल =

$$\int_0^2 y\,dx \text{ II रेखा} - \int_0^2 y\,dx \text{ I रेखा}$$

$$\int_0^2 (2x+1)\,dx - \int_0^2 (x+1)$$

$$\left[x^2+x\right]_0^2 - \left[\frac{x^2}{2}+x\right]_0^2$$

$$[6-0] - [4-0]$$

$6-4 = 2$ वर्ग इकाई Ans.

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

21 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1$

$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$

$(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})^2 = 0$

$(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) = 0$

$\vec{a}\cdot\vec{a} + \vec{a}\cdot\vec{b} + \vec{a}\cdot\vec{c} + \vec{b}\cdot\vec{a} + \vec{b}\cdot\vec{c} + \vec{b}\cdot\vec{b} + \vec{c}\cdot\vec{a} + \vec{c}\cdot\vec{b} + \vec{c}\cdot\vec{c} = 0$

$|\vec{a}|^2 + \vec{a}\cdot\vec{b} + \vec{a}\cdot\vec{c} + \vec{a}\cdot\vec{b} + \vec{b}\cdot\vec{c} + |\vec{b}|^2 + \vec{a}\cdot\vec{c} + \vec{b}\cdot\vec{c} + |\vec{c}|^2 = 0$

$1 + 2\vec{a}\cdot\vec{b} + 2\vec{a}\cdot\vec{c} + 2\vec{b}\cdot\vec{c} + 1 + 1 = 0$ { $\vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{b}\cdot\vec{a}$ क्रमविनिमेय }

$3 + 2(\vec{a}\cdot\vec{b} + \vec{a}\cdot\vec{c} + \vec{b}\cdot\vec{c}) = 0$

$2(\vec{a}\cdot\vec{b} + \vec{a}\cdot\vec{c} + \vec{b}\cdot\vec{c}) = -3$

$\vec{a}\cdot\vec{b} + \vec{b}\cdot\vec{c} + \vec{c}\cdot\vec{a} = \frac{-3}{2}$ Ans.

22 $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ $\quad \vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$

$2\vec{a} + \vec{b} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k} + \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$

$= 3\hat{i} + 5\hat{j} - \hat{k}$

$\vec{a} - 2\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k} - (2\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$

$\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k} - 2\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}$

$-\hat{i} - 3\hat{k}$

लंबवत सदिश =

$(2\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - 2\vec{b}) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 5 & -1 \\ -1 & 0 & -3 \end{vmatrix}$

$\hat{i}(-15) - \hat{j}(-10) + \hat{k}(5)$

$\vec{p} = -15\hat{i} + 10\hat{j} + 5\hat{k}$

$|\vec{p}| = \sqrt{(-15)^2 + (10)^2 + (5)^2} = \sqrt{225 + 100 + 25}$

$= \sqrt{350}$

मात्रक सदिश $= \frac{-15\hat{i}}{\sqrt{350}} + \frac{10\hat{j}}{\sqrt{350}} + \frac{5\hat{k}}{\sqrt{350}}$

$\frac{-15\hat{i}}{5\sqrt{14}} + \frac{10\hat{j}}{5\sqrt{14}} + \frac{5\hat{k}}{5\sqrt{14}}$ ✓

$\frac{-3}{\sqrt{14}} + \frac{2}{\sqrt{14}} + \frac{1\hat{k}}{\sqrt{14}}$ ✓ Ans.

~~23~~ 22 ~~$z = 100\cos\pi$~~

24 A = लाल गेंद $\quad P(E_2/A) = ?$

E_1 = A थैला चुना

E_2 = B थैला चुना

$P(E_1) = ?(E_2) = \frac{1}{2}$.

$P(A/E_1) = \frac{2}{5}$ ✓ $\quad P(A/E_2) = \frac{3}{7}$ ✓

$P(E_2/A) = \frac{P(E_2) \times P(E_2/A)}{P(E_2) \times P(A/E_2) + P(E_1) \cdot P(A/E_1)}$

$= \frac{\frac{1}{2} \times \frac{3}{7}}{\frac{1}{2} \times \frac{3}{7} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{5}} = \frac{\frac{3}{14}}{\frac{3}{14} + \frac{1}{5}}$ ✓

$\frac{\frac{3}{14}}{\frac{15+14}{70}} = \frac{3}{14} \times \frac{70}{29} 5 = \frac{15}{29}$

$P(E_2/A) = \frac{15}{29}$ ✓ Ans.

$\frac{24}{145} \times \frac{24}{145}$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

25. ~~P(D)~~ = D = खराब बल्ब , N = खराब नहीं.

$P(D) = \frac{6}{30} \quad \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$

$P(N) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

2 बल्ब बिना प्रतिस्थापना चुने।

यहाँ x = खराब बल्बों की संख्या

$x = 0$ (दो भी बल्ब खराब नहीं) = $P(N N)$

$= P(N) + P(N)$

$x=0 \quad = \frac{24}{30} \times \frac{23}{29} = \frac{92}{145}$

$x=1$ (एक खराब व एक सही) $= \frac{6}{30} \times \frac{24}{29} + \frac{24}{30} \times \frac{6}{29}$

$= 2\left(\frac{144}{870} \frac{48}{290} \frac{24}{145}\right) = \left(\frac{24}{145}\right) 2$

$x = 2$ (दोनों खराब बल्ब) $= \frac{6}{5} \times \frac{5}{29} = \frac{5}{145}$

$P(x=0) = \frac{92}{145} \quad P(x=1) = \frac{48}{145} \quad P(x=2) = \frac{5}{145}$

x_i	$P(x_i)$
0	$\frac{92}{145}$
1	$\frac{48}{145}$
2	$\frac{5}{145}$
$\sum_{i=0}^{n} x$	1

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

~~26.~~

$$\begin{vmatrix} a & a^2 & b+c \\ b & b^2 & c+a \\ c & c^2 & a+b \end{vmatrix}$$

$C_3 \to C_3 + C_1$

$$\begin{vmatrix} a & a^2 & a+b+c \\ b & b^2 & b+c+a \\ c & c^2 & c+a+b \end{vmatrix}$$

C_3 से $(a+b+c)$ common लेने पर

$$(a+b+c)\begin{vmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{vmatrix}$$

26

$$\begin{vmatrix} a & a^2 & b+c \\ b & b^2 & c+a \\ c & c^2 & a+b \end{vmatrix}$$

$R_1 \to R_1 - R_2$ व $R_2 \to R_2 - R_3$

$$\begin{vmatrix} a-b & a^2-b^2 & b+c-a-c \\ b-c & b^2-c^2 & c+a-a-b \\ c & c^2 & a+b \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} a-b & (a+b)(a-b) & b-(a-b) \\ b-c & (b+c)(b-c) & -(b-c) \\ c & c^2 & a+b \end{vmatrix}$$

R_1 व R_2 से क्रमशः $(a-b)$ व $(b-c)$ common लेने पर

$$(a-b)(b-c)\begin{vmatrix} 1 & a+b & -1 \\ 1 & b+c & -1 \\ c & c^2 & a+b \end{vmatrix}$$

$R_2 \to R_2 - R_1$

परीक्षार्थी उत्तर

$$(a-b)(b-c)\begin{vmatrix} 1 & a+b & -1 \\ 0 & c-a & 0 \\ c & c^2 & a+b \end{vmatrix}$$

R_2 में $(c-a)$ common लेने पर

$$(a-b)(b-c)(c-a)\begin{vmatrix} 1 & a+b & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ c & c^2 & a+b \end{vmatrix}$$

R_2 के सापेक्ष विस्तार

$$-0+1\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ c & a+b \end{vmatrix} - 0$$

$(a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)$ H.P

27 $y = (\sin^{-1}x)^2$

diff. w.r.t.x

$$\frac{dy}{dx} = 2\sin^{-1}x \times \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\sqrt{1-x^2}\frac{dy}{dx} = 2\sin^{-1}x$$

diff. w.r.t.x (पुनः अवकलन)

$$\sqrt{1-x^2}\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} \times \frac{1\times(-2x)}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\sqrt{1-x^2}\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\frac{dy}{dx} = \frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$$

दोनों पक्षों को $\sqrt{1-x^2}$ से गुणा करने पर

$$(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} = 2$$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

$$(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} - 2 = 0$$

F.P

Ans

28 $$I = \int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x}\, dx \quad -(1)$$

$$I = \int_0^{\pi} \frac{(\pi - x)\sin(\pi - x)}{1+\cos^2(\pi - x)} \quad -(2)$$ P4 देखें

$$= \int_0^{\pi} \frac{(\pi - x)\sin x}{1+\cos^2 x}$$

(1) + (2)

$$2I = \int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x}\, dx + \int_0^{\pi} \frac{(\pi - x)\sin x}{1+\cos^2 x}$$

$$2I = \int_0^{\pi} \frac{\pi \sin x}{1+\cos^2 x}$$

$$2I = \pi \int_0^{\pi} \frac{\sin x}{1+\cos^2 x}$$

माना $\cos x = t$ $\quad \cos 0 = t = 1$

$-\sin x = \frac{dt}{dx}$ $\quad \cos\pi \Rightarrow t = -1$

$dx \sin = -1 dt$

$$2I = \pi \int_{1}^{-1} \frac{-1}{1+t^2}$$

$$2I = -\pi \int_{1}^{-1} \frac{1}{1+t^2}$$

$$2I = -\pi \left[\tan^{-1} t\right]_1^{-1}$$

परीक्षार्थी उत्तर

$$2I = -\pi\left[\tan^{-1}(1) - \tan^{-1}(1)\right] \quad \left\{\tan^{-1}(-x) = -\tan^{-1}x\right\}$$

$$2I = -\pi\left[-\tan^{-1}\left(\tan\frac{\pi}{4}\right) - \tan^{-1}\left(\tan\frac{\pi}{4}\right)\right]$$

$$2I = -\pi\left[-\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right] \quad \left\{\tan^{-1}(\tan x) = x\right\}$$

$$2I = \frac{-\pi}{2}\left[\frac{-2\pi}{4}\right] \qquad \frac{2\pi^2}{8} = \frac{\pi^2}{4} \text{ Ans.}$$

$$\int_0^{\pi} \frac{x\sin x}{1+\cos^2 x}\,dx = \frac{\pi^2}{4} \text{ Ans.}$$

29

$$2xy + y^2 = 2x^2\frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2xy + y^2}{2x^2} \qquad \frac{2x^2\left(\frac{2y}{x} + \frac{y^2}{x^2}\right)}{2x^2} \qquad \frac{\frac{2y}{x} + \frac{y^2}{x^2}}{2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2xy}{2x^2} + \frac{y^2}{2x^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{y^2}{2x^2}$$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

30 समतल के अंतःखंड = a, b, c

समतल का समीकरण

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

मूल बिंदु से दूरी = (0,0,0) = (x, y, z, 1)

दूरी = p प्रकार

$$\left| \frac{ax_1 + by_1 + cz_1 + d}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} \right| = p$$

$$= \left| \frac{\frac{0}{a} + \frac{0}{b} + \frac{0}{c} - 1}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2 + \left(\frac{1}{c}\right)^2}} \right| = p$$

$$\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2 + \left(\frac{1}{c}\right)^2}} = p$$

$$\frac{1}{p} = \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}$$

दोनों ओर का वर्ग करने पर

$$\frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$

H.P Ans.

93 $Z = 1000x + 600y$

अवरोध $x + y \leq 800$

$4x - y \leq 0$

$x \geq 20$ $x \geq 0$ $y \geq 0$

माध्यमिक शिक्षा बोर्ड, राजस्थान

परीक्षा उच्च माध्यमिक

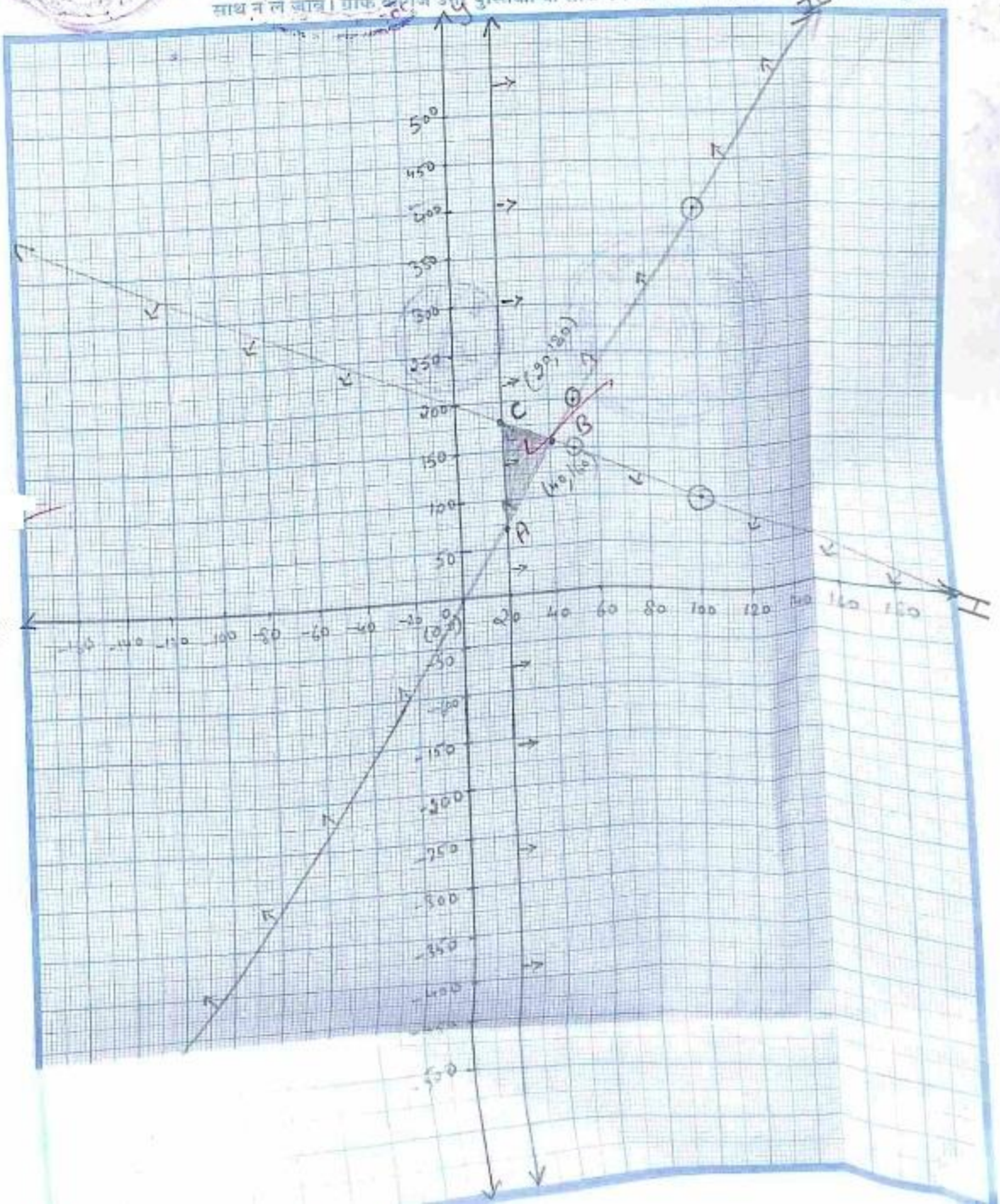
(शब्दों में) तीन

विषय गणित

प्रश्न पत्र

प्रश्न संख्या 23

नोट: परीक्षार्थी अनिवार्य रूप से ग्रेस ग्राफ कागज को अपनी उत्तर पुस्तिका में धागे द्वारा संलग्न करें तथा साथ न ले जावें। ग्राफ कागज उत्तर पुस्तिका के साथ न मिलने पर परीक्षार्थी दण्ड का भागी होगा।



प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

$x + y = 200$ $\quad 4x - y = 0$ $\quad x = 20$ $\quad x = 0 \quad y = 0$

$x = 0 \quad 200$ $\quad x = 0 \quad 100 \quad 200 \quad x = 20 \quad 20$

$y = 200 \quad 0$ $\quad y = 400 \quad 800 \quad y = 0$

$x + y = 200$	
$x = 100$	50
$y = 100$	150

असमिका $x + y \leq 200$ (0,0) रखने पर $0 \leq 200$ सत्य (0,0) हल क्षेत्र में शामिल है

$4x - y = 0$		
$x = 50$	100	
$y = 200$	400	

असमिका $4x - y \geq 0$ (0,0) रखने पर $-1 \geq 0$ असत्य (0,0) हल क्षेत्र में शामिल है

$x = 20$		
$x = 20$	20	
$y = 100$	200	

$x \geq 0 \quad y \geq 0$ I quad

असमिका $x \geq 20$ (0,0) रखने पर $0 \geq 20$ असत्य (0,0) हल क्षेत्र में शामिल नहीं है

* $x + y = 200$ व $x = 20$ का हल करने पर
  C के निर्देशांक = (20, 180)
* $4x - y = 0$ $\quad x = 20$ का हल करने पर
  A के निर्देशांक = (20, 80)
* I व II रेखा का हल करने पर

$x + y = 200$

$4x - y = 0$

$5x = 200 \quad x = 40 \quad B = (40, 160)$

$y = 160$

कोणीय बिंदु	$Z = 1000x + 600y$
A (20, 80)	$Z = 20000 + 48000 = 68000$
B (40, 160)	$Z = 40000 + 96000 = 136,000$
C (20, 180)	$Z = 20000 + 108000 = 128,000$

अधिकतम मान = 1,36,000 है
$x = 40$ व $y = 160$ है

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

12 $\tan^{-1}\left(\frac{2}{9}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)$

L.H.S. $= \tan^{-1}\left(\frac{2}{9}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{2}{9}+\frac{1}{4}}{1-\frac{2}{36}}\right)$

$= \tan^{-1}\frac{8+9}{36} = \tan^{-1}\left(\frac{17}{34}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

$= \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ ✓ $\left\{\tan^{-1}x + \tan^{-1}y = \tan^{-1}\left(\frac{x+y}{1-xy}\right)\right\}$

$\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ का 2 से गुणा व भाग करने पर

$\frac{1}{2}\left[2\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)\right]$ ✓

$\frac{1}{2}\left[\sin^{-1}\frac{2\left(\frac{1}{2}\right)}{1+\left(\frac{1}{2}\right)^2}\right]$ $\left\{2\tan^{-1}(x) = \sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)\right\}$

$= \frac{1}{2}\left[\sin^{-1}\frac{1}{1+\frac{1}{4}}\right] = \frac{1}{2}\left[\sin^{-1}\frac{1}{\frac{5}{4}}\right]$

$= \frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)$ ✓

L.H.S = R.H.S

H.P.

Hence Proved. ✓

29 $2xy + y^2 - 2x^2\frac{dy}{dx} = 0$

$2x^2\frac{dy}{dx} = 2xy + y^2$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2xy + y^2}{2x^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2\left(\frac{2y}{x} + \frac{y^2}{x^2}\right)}{2x^2} \quad \text{(1)}$$

माना $\frac{y}{x} = v$ $\quad y = xv$

diff. w.r.t x

$$\frac{dy}{dx} = x\frac{dv}{dx} + v$$

$\frac{dy}{dx}$ का मान समीकरण (1) में रखने पर

$$x\frac{dv}{dx} + v = \frac{2v + v^2}{2}$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{2v + v^2}{2} - v$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{2v + v^2 - 2v}{2}$$

$$\frac{1}{v^2}\,dv = \frac{1}{2x}\,dx$$

दोनों पक्षों का समाकलन करने पर

$$\int \frac{1}{v^2}\,dv = \frac{1}{2}\int \frac{1}{x}\,dx$$

$$\int v^{-2}\,dv = \frac{1}{2}\int \frac{1}{x}\,dx$$

$$\frac{v^{-1}}{-1} = \frac{1}{2}\log|x| + \log c \quad [c = \log c]$$

$$\frac{-1}{v} = \frac{1}{2}\log|x| + \log c$$

$v = \frac{y}{x}$ रखने पर $\quad \frac{-1}{\frac{y}{x}} = \frac{1}{2}\log x + \log c$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

$$-\frac{x}{y} = \frac{1}{2}\log|x| + \log c$$

$$-\frac{x}{y} = \log\sqrt{x} + \log c$$

$$-\frac{x}{y} = \log c\sqrt{x}$$

$$\frac{x}{y} = \text{---}$$

$$e^{-\frac{x}{y}} = c\sqrt{x}$$

Ans.